

УДК. 65. 01. Е45

Ленюк М. П., Даналакій О. Г.

АНИЗОТРОПНИЙ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНИЙ ХОЛОДИЛЬНИК

На сучасному етапі існують два напрямки розвитку термоелектрики. Перший – це удосконалення конструкції і технології виготовлення використовуваних термоелементів (ТЕ) Зеебека, холодильних елементів (ХЕ) Пелтьє, анізотропних ТЕ (АТЕ), вихрових ТЕ (ВТ) та деяких термомагнітних і гальванотермомагнітних (ГТМ) елементів та пошуки нових, більш ефективних термоелектричних матеріалів для них, другий – дослідження можливостей використання інших ефектів для створення нових елементів, а також умов, за яких вони найефективніше проявляються.

Незадовільними є висвітлення питань, анізотропних термоелектричних (АТ) ХЕ. Ця ідея ґрунтується на припущеннях про одновимірність температури і постійність електричного поля, які одночасно виконати практично неможливо.

Також у науковій літературі відсутні відомості щодо досліджень впливу анізотропії теплопровідності на температурне поле і поперечну термо-ЕРС анізотропного термоелемента (АТЕ) за умови, що параметр анізотропії не є величиною значно меншою за одиницю.

Дослідження явища ВТС в термоелектрично-анізотропному середовищі проводяться при використанні ряду спрощуючих положень, які дають можливість дослідити відповідні йому температурне й електричне поля. При цьому не враховується та обставина, що ідучи таким шляхом, можна «загубити» важливі ефекти. Один з таких ефектів, який раніше був виявлений експериментально, через це довгий час не знаходив пояснення.

В роботі [1] було показано, що теплова взаємодія гілок холодильника Пелтьє при їх ідеальному тепловому контакті боковими гранями призводить до підсилення ефекту охолодження. Це пояснюється тим, що зменшуються втрати тепла через бокові грані гілок. Аналогічна ситуація може мати місце при тепловому контакті бокових граней двох анізотропних термоелектричних холодильників (АТХ), які працюють на поперечному ефекті Пелтьє.

Метою даної роботи є винайдення нових термоелементів (ТЕ), дослідження фізичних процесів, що в них протікають, визначення областей їх застосування, а також покращання характеристик стандартних термоелементів.

Для досягнення поставленої мети необхідно було вирішити наступні задачі.

1. Дослідити вплив натікання тепла через торцеві грані поперечних гальванотермомагнітних (ГТМ) та анізотропних термоелектричних термоелементів (АТ ТЕ) на ефект охолодження та знайти співвідношення між геометричними розмірами.

2. На основі одновимірної температурної моделі за умови постійності густини електричного струму з погляду максимального перепаду температури проаналізувати роботу двокаскадного АТ ХЕ.

Для вирішення сформульованих задач використано основні положення термодинаміки термоелектричних явищ, методи математичної фізики: пряме взаємне перетворення теплової та електричної енергії за допомогою однорідних та неоднорідних анізотропних термоелектричних середовищ; фізичні процеси в нових гальванотермомагнітних (ГТМ), зонально-неоднорідних, вихрових та інших термоелементах (ТЕ) та можливості їх практичного використання [2–4].

Нехай маємо систему, що складається з двох АТХ, 1 і 2 (рис. 1). Вважатимемо, що матеріали АТХ термоелектрично анізотропні (анізотропні лише за термо-ЕРС), з не залежними від температури і координат кінетичними коефіцієнтами. Тоді, вважаючи температуру вздовж поперечного перетину складеного АТХ (рис. 1) двовимірною, запишемо рівняння теплопровідності у вигляді:

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial z^2} + g_i = 0, \tag{1}$$

де $g_i = \frac{r_i j_i^2}{k_i}$, r_i – питомий електроопір; k_i – коефіцієнт питомої теплопровідності; j_i – густина електричного струму в i -му АТХ; $i = 1, 2$ – номер АТХ.

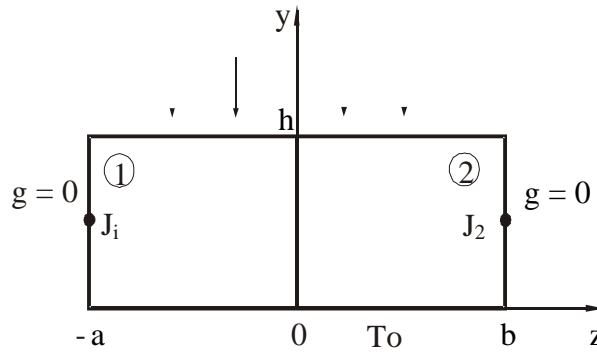


Рис. 1. Принципова схема складеного анізотропного термоелектричного холодильника

Граничні умови:

$$T_1(0, z) = T_2(0, z) = T_0; \tag{2}$$

$$\frac{\partial T_1(y, -a)}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial T_2(y, b)}{\partial z} = 0; \tag{3}$$

$$k_1 \frac{\partial T_1(y, 0)}{\partial z} = k_2 \frac{\partial T_2(y, 0)}{\partial z}; \tag{4}$$

$$T_1(y, 0) = T_2(y, 0). \tag{5}$$

Умова (2) означає ізотермічний контакт нижніх граней АТХ1 і АТХ2 з термостатом при температурі T_0 , (3) – адіабатичну ізоляцію зовнішніх бокових граней холодильників. Умова (4) – це неперервність теплового потоку на границі $z = 0$, яка означає, що має місце ідеальний тепловий контакт і, разом з тим, електричний контакт відсутній. Уздовж границі температура також неперервна (умова (5)).

Холодопродуктивність даної системи складає величину:

$$Q_h = \int_{-a}^0 q_1(h, z) dz + \int_0^b q_2(h, z) dz,$$

де l – довжина АТХ;

$$q_1(h, z) = -k_1 \frac{\partial T_1(h, z)}{\partial y} + a_{12}^{(1)} j_1 T_1(h, z);$$

$$q_2(h, z) = -k_2 \frac{\partial T_2(h, z)}{\partial y} + a_{12}^{(2)} j_2 T_2(h, z) \text{ – нормальні до поверхні } y = h \text{ складові густини}$$

теплових потоків у точках (h, z) ;

$a_{12}^{(1)}$ і $a_{12}^{(2)}$ – поперечні термо-ЕРС матеріалів 1 і 2.

Максимальний перепад температури буде в режимі нульової холодопродуктивності. При $Q_h = 0$ матимемо:

$$k_1 \int_{-a}^0 \left(\frac{\partial T_1(h, z)}{\partial y} - b_1 T_1(h, z) \right) dz + k_2 \int_0^b \left(\frac{\partial T_2(h, z)}{\partial y} - b_2 T_2 \right) dz = 0,$$

де $b_i = \frac{a_{12}^{(i)}}{k_i} j_i$.

Розв'язок рівняння (1) шукатимемо у вигляді:

$$T_i(y, z) = -\frac{g_i}{2} y^2 + B_i y + T_0 + U_i(y, z), \tag{6}$$

де $U_i(y, z)$ – невідома функція. Підставивши (6) в (1), одержимо:

$$\frac{\partial^2 U_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_i}{\partial z^2} = 0. \tag{7}$$

Граничні умови набудуть вигляду:

$$\begin{aligned} U_i(0, z) &= 0; \\ \frac{\partial U_1(y, -a)}{\partial z} &= \frac{\partial U_2(y, b)}{\partial z} = 0; \\ k_1 \frac{\partial U_1(y, 0)}{\partial z} &= k_2 \frac{\partial U_2(y, 0)}{\partial z} = 0. \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} k_1 \int_{-a}^0 \left[-g_1 h + B_1 + \frac{\partial U_1(h, z)}{\partial y} - b_1 \left(-\frac{g_1}{2} h^2 + B_1 h + T_0 + U_1(h, z) \right) \right] dz + \\ + k_2 \int_0^b \left[-g_2 h + B_2 + \frac{\partial U_2(h, z)}{\partial y} - b_2 \left(-\frac{g_2}{2} h^2 + B_2 h + T_0 + U_2(h, z) \right) \right] dz = 0. \end{aligned} \tag{9}$$

Представимо $U_i(y, z)$ розкладом в ряд Фур'є за синусами:

$$U_i(y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} f_{in}(z) \sin \frac{d_n}{h} y, \tag{10}$$

де $f_{in}(z)$ – коефіцієнти розкладу, до знаходження яких і зводиться подальша робота. Підставимо (10) в (9). Отримаємо:

$$\begin{aligned} k_1 a \left(-g_1 h + B_1 + b_1 \frac{g_1}{2} h^2 - B_1 b_1 h - b_1 T_0 \right) + k_1 \sum_n \int_{-a}^0 \left(\frac{d_n}{h} f_{1n}(z) \cos d_n - b_1 f_{1n}(z) \sin d_n \right) dz + \\ + k_2 b \left(-g_2 h + B_2 + b_2 \frac{g_2}{2} h^2 - B_2 b_2 h - b_2 T_0 \right) + k_2 \sum_n \int_0^b \left(\frac{d_n}{h} f_{2n}(z) \cos d_n - b_2 f_{2n}(z) \sin d_n \right) dz = 0. \end{aligned} \tag{11}$$

Вважатиме, що:

$$B_i - g_i h + b_i \frac{g_i}{2} h - B_i b_i h - b_i T_0 = 0.$$

Звідки:

$$B_i = \frac{g_i h - b_i \left(\frac{g_i h^2}{2} - T_0 \right)}{1 - b_i h}. \tag{12}$$

Позначимо:

$$I_{1n} = \int_{-a}^0 f_{1n}(z) dz; \quad I_{2n} = \int_0^b f_{2n}(z) dz.$$

Тоді з рівняння (11) з урахуванням (12) знайдемо:

$$\frac{d_n}{h} \frac{k_1 I_{1n} + k_2 I_{2n}}{k_1 b_1 I_{1n} + k_2 b_2 I_{2n}} = tg d_n. \tag{13}$$

Отже ряд Фур'є (9) матиме місце, якщо d_n задовольнятиме рівнянню (12), в якому коефіцієнт при d_n зліва постійний, тобто не залежить від номера « n » [2]. Цього можна досягти за умови $b_1 = b_2 = b$, або:

$$\frac{a_{12}^{(1)} k_2 j_1}{a_{12}^{(2)} k_1 j_2} = 1. \tag{14}$$

Це трансцендентне рівняння, розв'язки якого для різних bh можна знайти, наприклад, в [3].

Розв'язок рівняння (7) має вигляд :

$$U_i(y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_{in} \exp(\frac{d_n}{h} z) + B_{sn} \exp(-\frac{d_n}{h} z)) \sin \frac{d_n}{h} y,$$

де A_{in}, B_{in} – постійні інтегрування, які знайдемо з граничних умов:

$$A_{1n} = B_{1n} \exp\left(\frac{2d_n}{h} a\right); \quad A_{2n} = B_{2n} \exp\left(-\frac{2d_n}{h} b\right); \quad B_{2n} = \frac{k_1 \exp\left(\frac{2d_n}{h} a\right) - 1}{k_2 \exp\left(-\frac{2d_n}{h} b\right) - 1} B_{1n};$$

$$B_{1n} = \frac{1}{2} (g_2 - g_1) \left(D_n - \frac{2 - bh}{1 - bh} h C_n \right) \times \left(\exp\left(-\frac{2d_n}{h} b\right) - 1 \right) \times$$

$$\times \left(\frac{k_1}{k_2} \left(\exp\left(-\frac{2d_n}{h} b\right) + 1 \right) \left(\exp\left(\frac{2d_n}{h} a\right) - 1 \right) \right) - \left(\left(\exp\left(-\frac{2d_n}{h} b\right) - 1 \right) \left(\exp\left(\frac{2d_n}{h} a\right) + 1 \right) \right)^{-1},$$

де коефіцієнти розкладу u і u^2 у ряди Фур'є за синусами:

$$C_n = \frac{2h^2}{d_n^2} (1 - bh) \sin d_n;$$

$$D_n = \frac{2h^2}{d_n^2} \left(2 + \frac{2 - d_n^2}{d_n^2} bh \right) \sin d_n - \frac{4h^2}{d_n^3}.$$

Вираз для температури матиме вигляд:

$$T_i(y, z) = T_0 - \frac{g_i}{2} y^2 + \left(\frac{g_i h}{2} \frac{2 - b_i h}{1 - b_i h} + \frac{b_i T_0}{1 - b_i h} \right) y + \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_{in} \exp\left(\frac{d_n}{h} z\right) + B_{1n} \exp\left(-\frac{d_n}{h} z\right) \right) \sin \frac{d_n}{h} y.$$

Подамо температуру в точці $(h, 0)$ у вигляді:

$$T_1(h,0) = \frac{g_1 h^2 / 2 + T_0}{1 - b_1 h} + \sum_{n=1}^{\infty} 2B_{1n} \exp \frac{d_n a}{h} c h \frac{d_n a}{h} \sin d_n. \quad (15)$$

З останнього виразу бачимо, що температура в точці $(h, 0)$ визначається також і сумою, що зумовлено різницею $g_2 - g_1$. Запишемо вираз для цієї різниці за умови, що АТХ1 і АТХ2 ввімкнені послідовно, тобто сила струму, яка протікає через них, одна і та сама:

$$g_2 - g_1 = \frac{r_2}{k_2} j_2 - \frac{r_1}{k_1} j_1 = \frac{r_1}{k_1 Z_2} (Z_1 - Z_2) \frac{I^2}{(ah)^2}, \quad (16)$$

де $Z_i = \left(a_{12}^{(i)} \right)^2 / (k_i r_i)$; I – сила струму.

При одержанні виразу для $g_2 - g_1$ використано співвідношення (14). Отже, бачимо, що різниця (16) може бути і додатною і від'ємною в залежності від співвідношення між Z_1 і Z_2 .

Подальший аналіз зробимо так, як в [1]. Припустимо спочатку, що сума в (15) дорівнює нулю.

Тоді:

$$T_1 = \frac{g_1 h^2 / 2 + T_0}{1 - b_1 h}.$$

Ця температура є мінімальною при струмі:

$$I_{opt} = a \frac{k_1}{a_1} \left(\sqrt{1 + 2Z_1 T_0} - 1 \right).$$

Причому:

$$T_{min} = \frac{\sqrt{1 + 2Z_1 T_0} - 1}{Z}.$$

Ясно, що якщо відкинута в (15) сума буде від'ємною, то це призведе до ще більшого зниження температури. Тобто має місце підсилення ефекту охолодження. Причому це підсилення може бути досить суттєвим.

ВИСНОВКИ

1. В наявній науковій літературі недостатньо висвітлені фізичні процеси, що протікають в відомих термоелементах. Деякі термоелектричні явища в термоелектричних середовищах вивчені недостатньо або з погляду фізики, або з погляду застосування.

2. Необхідно спрямувати зусилля на винайдення нових термоелементів, дослідження фізичних процесів, що в них протікають, визначення областей їх застосування, а також покращання характеристик відомих термоелементів шляхом конструктивних змін.

ЛІТЕРАТУРА

1. Даналакій О. Г. Фізичні основи ефекту термоелектричного охолодження / О. Г. Даналакій // Науковий вісник ЧДУ. Фізика. – Чернівці : ЧДУ, 2005. – Вип. 36. – С. 157–159.
2. Термоэлементы и термоэлектрические устройства : справочник / Л. И. Атымчук. – Киев : Наук. думка, 1979.
3. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х т. Т. 3. – М. : Физ.-мат. лит., 1963.
4. Лыков А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – М. : Высш. школа, 1967.